

CONVECTION NATURELLE LAMINAIRE DANS UN CANAL VERTICAL CHAUFFE A FLUX CONSTANT

A.-M. DALBERT

Laboratoire d'Energétique Solaire, CNRS, 40 avenue du Recteur Pineau, 86022 Poitiers cédex, France

et

F. PENOT et J.-L. PEUBE

Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques, CNRS, 40 avenue du Recteur Pineau, 86022 Poitiers cédex, France

(Reçu le 2 février 1981)

Résumé—On étudie le développement de l'écoulement de convection naturelle laminaire dans un canal vertical bidimensionnel formé de deux plaques planes parallèles soumises à des densités de flux thermique constantes mais non nécessairement égales. Les équations de l'écoulement sont résolues par une méthode aux différences finies, qui tient compte de la chute de pression due à la vitesse du fluide entrant dans le canal. Celle-ci a été négligée dans les études antérieures. Par comparaison avec les solutions de la plaque plane, les présents résultats sont validés et les conditions dans lesquelles les résultats des études antérieures sont applicables sont précisées. Le débit, ainsi que les profils de vitesse et de température sont donnés pour différentes valeurs de la dissymétrie du chauffage des parois. Enfin, les températures pariétales et les nombres de Nusselt caractérisant le transfert de chaleur sont calculés.

NOMENCLATURE

a ,	diffusivité thermique du fluide;	ρ ,	masse volumique du fluide;
e ,	demi épaisseur du canal;	θ ,	température adimensionnelle du fluide.
g ,	accélération de la pesanteur;	Indices	
Gr ,	nombre de Grashof modifié défini par (11);	0,	conditions extérieures et conditions d'entrée;
H ,	hauteur du canal;	1,	se rapporte à la paroi froide;
L ,	hauteur adimensionnelle du canal définie par (12);	2,	se rapporte à la paroi chaude;
m ,	débit volumique dans le canal;	MAX,	désigne une valeur maximale;
M ,	vitesse de débit adimensionnelle définie par (18);	w,	désigne une valeur prise à la paroi.
Nu ,	nombre de Nusselt local;		
$\overline{Nu}_{1/2}$,	nombre de Nusselt moyen défini par (29);		
p ,	pression du fluide;		
p_g ,	pression motrice du fluide;		
P_g ,	pression motrice adimensionnelle du fluide;		
Pr ,	nombre de Prandtl défini par (17);		
q ,	densité de flux thermique pariétale;		
Q ,	paramètre adimensionnel défini par (20);		
Re ,	nombre de Reynolds défini par (19);		
T ,	température du fluide;		
u, v ,	vitesses du fluide respectivement dans les directions x, y ;		
U, V ,	vitesses adimensionnelles du fluide dans les directions X, Y ;		
x, y ,	coordonnées cartésiennes;		
X, Y ,	coordonnées cartésiennes adimensionnelles.		

Symboles grecs

β ,	coefficient de dilatation thermique du fluide;
λ ,	conductivité thermique du fluide;
μ ,	viscosité dynamique du fluide;
ν ,	viscosité cinématique du fluide;

1. INTRODUCTION

L'ÉCOULEMENT de convection naturelle entre deux plaques planes verticales chauffées se rencontre dans différents systèmes thermiques et en particulier dans les collecteurs plans utilisés pour le captage de l'énergie solaire.

L'étude en a été faite en régime laminaire, dans le cas d'un écoulement pleinement développé, pour des températures de paroi constantes [1, 2] ou des flux pariétaux constants [2]. La zone de développement de l'écoulement a également fait l'objet d'études dans le cas où la température des parois est constante [3-6] et pour des conditions de flux pariétal constant [5, 6], mais ces travaux n'ont pas tenu compte de la chute de pression à l'entrée du canal, due à la vitesse du fluide entrant.

Cette étude concerne la zone de développement des couches limites dans un canal vertical, bidimensionnel, dont les parois sont soumises à des densités de flux thermique constantes, mais non nécessairement égales. De plus, l'équation de fluide parfait dans la région en

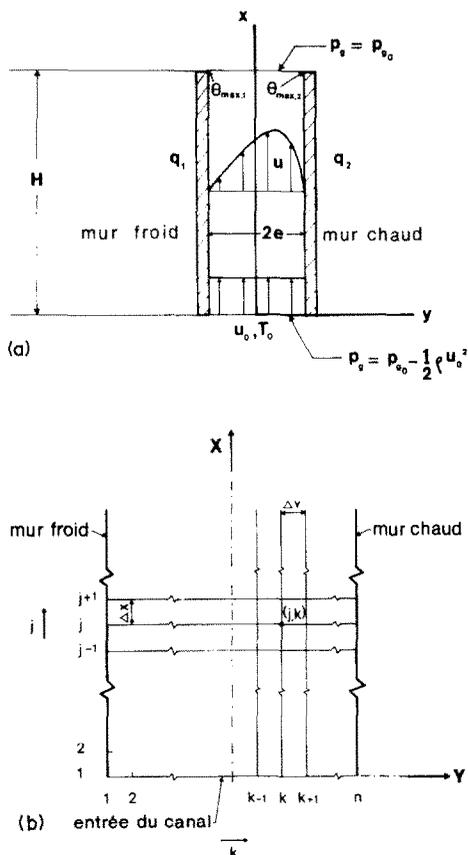


FIG. 1. Modèle de l'étude. (a) Canal vertical bidimensionnel. (b) Maillage de calcul.

amont de la conduite est prise en compte.

Les équations de l'écoulement sont résolues à l'aide d'une méthode numérique aux différences finies. Les résultats obtenus sont tout d'abord comparés avec ceux de la plaque plane verticale chauffée à flux constant [7], ce qui permet de les valider et de préciser le domaine dans lequel les résultats des travaux antérieurs [5, 6] sont applicables.

Les valeurs des débits, les profils de vitesse, de température et de pression motrice, ainsi que le nombre de Nusselt caractérisant le transfert de chaleur sont ensuite calculés pour des valeurs du nombre de Grashof comprises entre 10^{-1} et 3×10^3 . Les solutions ainsi trouvées admettent comme cas limites celles du régime établi [2] et celles de la plaque plane verticale [7].

2. HYPOTHESES

Considérons un canal vertical bidimensionnel formé de deux plaques planes parallèles de hauteur H , séparées par une distance $2e$ et soumises à des densités de flux thermique q_1 et q_2 constantes ($q_2 \geq q_1$) [Fig. 1(a)]. Le conduit est ouvert à ses extrémités supérieure et inférieure sur deux milieux semi infinis dans lesquels le fluide au repos, supposé parfait, est caractérisé par

une température T_0 et une pression motrice p_{g0} constantes. Dans la conduite, les variations de densité du fluide chauffé par les parois provoquent un écoulement ascendant de convection naturelle. A l'entrée, la valeur de la pression motrice est déterminée en supposant qu'elle satisfait au théorème de Bernoulli. La pression motrice dans la section de sortie est supposée vérifier la condition de jet en atmosphère libre, elle est donc égale à la pression motrice p_{g0} régnant à l'extérieur.

Le fluide pénètre dans le canal à la température ambiante T_0 et avec une vitesse uniforme u_0 . L'écoulement du fluide dans le conduit, supposé laminaire et stationnaire, est régi par les lois de la convection naturelle, sous les hypothèses simplificatrices de Bousinesq et avec l'approximation de la couche limite.

3. EQUATIONS DE L'ECOULEMENT

3.1. Dans le cadre de ces hypothèses et en prenant T_0 comme température de référence, les équations du mouvement, de l'énergie et de continuité s'écrivent [8]

$$\rho_0 \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{dp}{dx} - \rho g + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

où ρ_0 est la masse volumique du fluide à la température T_0 et ρ sa masse volumique à la température T . L'équation d'état reliant ρ à ρ_0 s'écrit

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (4)$$

où β est le coefficient de dilatation thermique du fluide. Si on définit la pression motrice par la relation

$$p_g(x) = p(x) + \rho_0 g x. \quad (5)$$

L'équation (1) devient alors

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{dp_g}{dx} + \beta g (T - T_0) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (6)$$

Par suite du confinement du fluide entre les deux parois, la condition de conservation du débit volumique dans la conduite doit être vérifiée, soit

$$m = 2eu_0 = \int_{-e}^{+e} u dy. \quad (7)$$

Sur les parois, on écrit les conditions d'adhérence du fluide et les conditions de densités de flux thermique constantes, soit

$$y = -e \quad u = 0, v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{-e} = - \frac{q_1}{\lambda} \quad (8)$$

$$y = +e \quad u = 0, v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{+e} = \frac{q_2}{\lambda}.$$

A l'entrée et à la sortie du conduit, les pressions

motrices sont déterminées par

$$\begin{aligned} x = 0 \quad p_g(0) &= p_{g0} - \frac{1}{2} \rho u_0^2 \\ x = H \quad p_g(H) &= p_{g0}. \end{aligned} \quad (9)$$

3.2. Equations adimensionnelles

On définit les variables adimensionnelles suivantes

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{HGr}, & Y &= \frac{y}{e} \\ U &= \frac{e^2 u}{Hv Gr}, & V &= \frac{ve}{v} \\ P_g &= \frac{(p_g - p_{g0})e^4}{\rho H^2 v^2 Gr^2} \\ \theta &= \frac{(T - T_0)\lambda}{e(q_1 + q_2)} \end{aligned} \quad (10)$$

où Gr est un nombre de Grashof modifié défini par

$$Gr = \frac{g\beta e^5 (q_1 + q_2)}{H v^2 \lambda}. \quad (11)$$

Il résulte de (10) que la hauteur sans dimension de la conduite $X = L$ correspondant à $x = H$ est liée au nombre de Grashof Gr par la relation

$$L = \frac{1}{Gr}. \quad (12)$$

Par ailleurs, on définit un paramètre adimensionnel Q , variant de 0 à 1, et qui caractérise le rapport des densités de flux thermique sur les parois

$$Q = \frac{q_2 - q_1}{q_2 + q_1} \quad (q_2 \geq q_1). \quad (20)$$

Q prend la valeur 0 quand les parois sont soumises à des densités de flux égales et la valeur 1 lorsqu'une seule des parois est chauffée.

Avec les variables définies en (10), les équations (6), (2), (3) et (7) s'écrivent sous forme adimensionnelle

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{dP_g}{dX} + \theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (13)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (15)$$

$$M = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} U dY \quad (16)$$

où Pr est le nombre de Prandtl défini par

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (17)$$

et M la vitesse de débit adimensionnelle dans la conduite

$$M = \frac{e^2 u_0}{HvGr} = \frac{me}{2HvGr}. \quad (18)$$

On introduit un nombre de Reynolds de l'écoulement, soit

$$Re = \frac{M}{L} = \frac{e^2 u_0}{Hv} \quad (19)$$

qui est caractéristique du débit dans le canal, alors que M n'a pas de signification physique simple.

Ce nombre de Reynolds est l'inconnue fondamentale du problème. Sa valeur est fonction de celle des paramètres Pr , Q et Gr .

Avec les définitions précédentes, les conditions aux limites associées aux équations (13)–(16) s'écrivent

pour $X = 0$ et $-1 < Y < +1$

$$U = M, V = 0, \theta = 0$$

pour $X \geq 0$ et $Y = -1$

$$U = 0, V = 0, \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{-1} = \frac{Q-1}{2}$$

pour $X \geq 0$ et $Y = +1$

$$U = 0, V = 0, \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{+1} = \frac{Q+1}{2}$$

pour $X = 0 \quad P_{g0} = -\frac{1}{2} M^2$

pour $X = L \quad P_g = 0.$

4. RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS

Les équations (13)–(16) et leurs conditions aux limites (21) sont résolues numériquement par une méthode aux différences finies. Considérons un maillage rectangulaire superposé au champ d'écoulement [Fig. 1(b)]. Les équations (13) et (14) sont remplacées par les équations aux différences finies, écrites au noeud (j, k) de la grille, soit

$$\begin{aligned} U_{j,k} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta X} + V_{j,k} \frac{U_{j+1,k+1} - U_{j+1,k-1}}{2\Delta Y} \\ = \frac{U_{j+1,k+1} - 2U_{j+1,k} + U_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2} \\ - \frac{P_{g,j+1} - P_{g,j}}{\Delta X} + \theta_{j+1,k} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} U_{j,k} \frac{\theta_{j+1,k} - \theta_{j,k}}{\Delta X} + V_{j,k} \frac{\theta_{j+1,k+1} - \theta_{j+1,k-1}}{2\Delta Y} \\ = \frac{1}{Pr} \frac{\theta_{j+1,k+1} - 2\theta_{j+1,k} + \theta_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Cette discrétisation est analogue à celle utilisée en [3] et [6]. L'équation (15) est discrétisée au noeud $(j + 1/2, k + 1/2)$ de la grille

$$\begin{aligned} \frac{U_{j+1,k+1} + U_{j+1,k} - U_{j,k+1} - U_{j,k}}{2\Delta X} \\ + \frac{V_{j+1,k+1} - V_{j+1,k}}{\Delta Y} = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

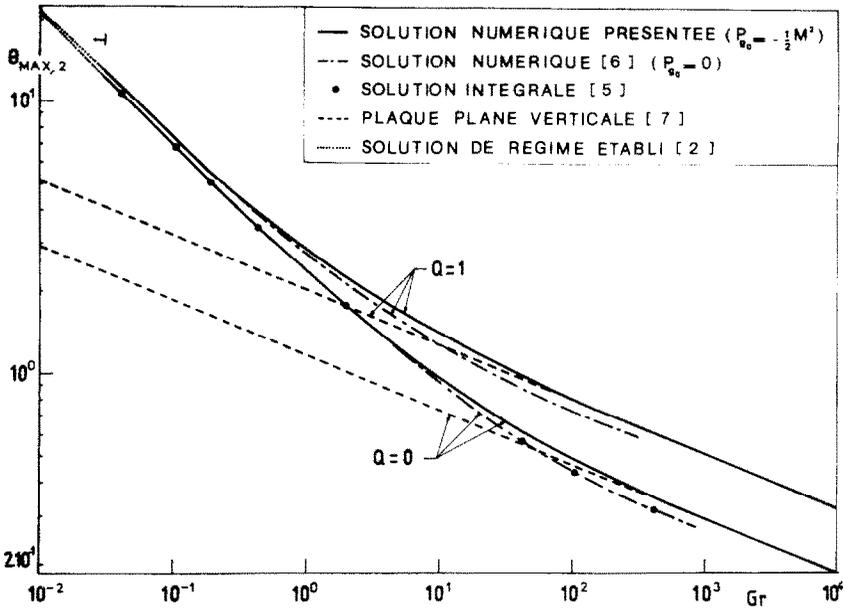


FIG. 2. Comparaison de la température maximale de paroi chaude avec les résultats de [5, 6], ceux de Aung [2] et de Sparrow et Gregg [7].

De cette façon, la vitesse transversale à la paroi d'indice $k = n$ s'écrit :

$$V_{j+1,n} = V_{j+1,1} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X} \times \left(\sum_{k=2}^{k=n-1} U_{j+1,k} - \sum_{k=2}^{k=n-1} U_{j,k} \right) \quad (25)$$

L'équation (16) s'écrit alors sous forme discrète

$$(n - 1) M = \sum_{k=2}^{k=n-1} U_{j,k} \quad (26)$$

Cette relation intégrale du second ordre de précision (méthode des trapèzes) est la seule compatible avec la condition de paroi $V_{j+1,n} = 0$. La relation utilisée par Aung, Fletcher et Sernas [6] (méthode de Simpson) ne permet pas de vérifier $V_{j+1,n} = 0$.

Les conditions (21) de flux constant sur les parois s'écrivent

$$\frac{-3\theta_{j+1,1} + 4\theta_{j+1,2} - \theta_{j+1,3}}{2\Delta Y} = \frac{Q-1}{2} \quad (27)$$

$$\frac{3\theta_{j+1,n} - 4\theta_{j+1,n-1} + \theta_{j+1,n-2}}{2\Delta Y} = \frac{Q+1}{2}$$

Le système d'équations (22)–(24) et (26) et ses conditions aux limites (27) est résolu de la façon suivante : des valeurs sont choisies pour les grandeurs Pr, Q et M . A partir de la ligne $j = 1$ (à l'entrée du canal), les équations (23) puis (22) et (26) sont écrites sur la ligne $j=2$. Il en résulte un système de $2n+1$ équations comportant le même nombre d'inconnues ($\theta_{2,1}; \theta_{2,2}; \dots; \theta_{2,n}; U_{2,1}; U_{2,2}; \dots; U_{2,n}; P_{g,2}$). Ce système est

résolu par une technique d'élimination de Gauss [8]. Les grandeurs $V_{2,1}; V_{2,2}; \dots; V_{2,n}$ sont ensuite calculées à partir de l'équation (24). Ce processus est répété ligne par ligne, la ligne $j + 1$ étant calculée à partir de la ligne j , jusqu'à ce que la pression motrice $P_{g,j+1}$ soit positive. Une méthode d'interpolation linéaire de Newton permet alors de calculer l'abscisse $X = L$ pour laquelle $P_g = 0$ et donc la valeur du nombre de Grashof Gr à partir de la relation (12).

Le maillage optimum est choisi de telle sorte que L reste invariante quand on augmente le nombre de noeuds. Des essais ont montré que, dans la direction X , 1000 points sont nécessaires pour obtenir une bonne précision, ce nombre pouvant atteindre 1500 pour les valeurs de M faibles. Dans la direction Y , il apparaît que 161 points sont nécessaires pour que les résultats deviennent invariants, ce qui est plus élevé que les 41 points proposés en [6].

5. RESULTATS

Les résultats sont présentés pour une large gamme de nombres de Grashof (10^{-1} à 3×10^3) et pour différentes valeurs du paramètre Q comprises entre 0 et 1. Le nombre de Prandtl est pris égal à 0.71 (cas de l'air).

5.1. Comparaison avec d'autres auteurs

5.1.1. Température maximale de paroi. Afin de valider les résultats obtenus et de mettre en évidence l'influence de la valeur choisie pour la pression motrice à l'entrée du conduit, on compare les valeurs calculées dans cette étude à celles obtenues par d'autres auteurs pour la température maximale atteinte en haut de la paroi chaude $\theta_{MAX,2}$ (Fig. 2). Le choix de cette température permet en particulier une comparaison

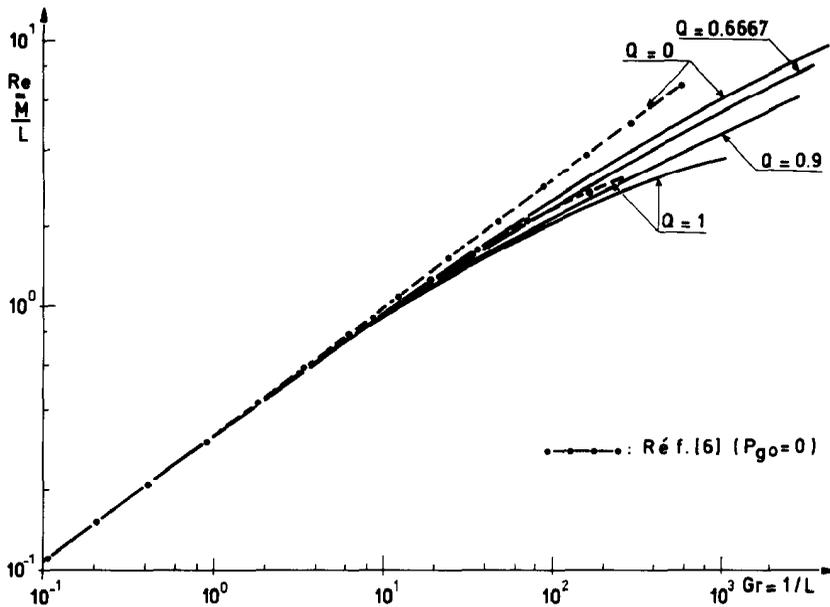


FIG. 3. Relation entre le débit et le nombre de Grashof—comparaison avec les résultats de [6].

avec les valeurs trouvées par Sparrow et Gregg [7] dans le cas d'une seule plaque plane verticale chauffée à flux constant.

Cas du régime établi (petits nombres de Grashof). Quand les deux plaques sont très proches l'une de l'autre, les nombres de Grashof correspondant ont une valeur faible. Pour $Gr \leq 0.2$, les résultats calculés coïncident avec les solutions de régime établi obtenues en [2], et on peut alors considérer que l'écoulement est établi sur toute la hauteur de la conduite.

Cas des plaques très écartées (grands nombres de Grashof). Quand les parois sont éloignées l'une de l'autre, les valeurs correspondantes des nombres de Grashof sont élevées. Pour $Gr \geq 200$ ($Q = 1$) ou $Gr \geq 500$ ($Q = 0$), les résultats obtenus dans ce travail rejoignent avec une précision supérieure à 0.5% les solutions de la plaque plane [7]. Les couches limites thermiques des deux parois sont alors pratiquement indépendantes l'une de l'autre. Par contre, les valeurs calculées en [6] (méthode aux différences finies) et en [5] (méthode intégrale) avec la simplification $P_{g0} = 0$ sont de 10% inférieures à celle de la plaque plane [7] pour les mêmes valeurs de Gr . Il en résulte que :

La valeur non nulle de la pression motrice à l'entrée du canal, due à la vitesse du fluide entrant, ne peut être négligée dans les calculs. L'influence de cette valeur sur les résultats est d'autant plus importante que le nombre de Grashof est grand. Ceci sera expliqué ultérieurement à l'aide des profils de pression motrice dans le conduit.

L'écart constaté entre les résultats de [5] et [6] et ceux de la plaque plane [7], ne peut être attribué à l'hypothèse d'une vitesse d'entrée uniforme, qui serait incorrecte aux grandes valeurs de Gr , ainsi qu'il a été expliqué par Aung, Fletcher et Sernas [6] et Bodoia et

Osterle [3]. Cette comparaison tend à montrer qu'au moins en ce qui concerne la température maximale de paroi chaude, la forme du profil de vitesse à l'entrée de la conduite a peu d'influence sur les résultats obtenus.

Les solutions indiquées en [5] et [6] ne sont donc utilisables avec une bonne précision que dans le domaine de Gr où l'influence de P_{g0} est faible, soit $Gr \leq 5$ pour $Q = 0$ et $Gr \leq 0.4$ pour $Q = 1$.

5.1.2. Débits dans la conduite. Sur la Fig. 3, le nombre de Reynolds de l'écoulement [relation (19)], caractéristique du débit dans la conduite est donné en fonction de Gr , pour différentes valeurs de Q et comparé aux résultats de [6] pour $Q = 0$ et $Q = 1$. Pour les faibles valeurs de Gr ($Gr \leq 1$), le débit est indépendant de la valeur de Q et sa valeur coïncide avec la solution de régime établi calculée en [2]. Pour des valeurs de Gr plus élevées, les débits calculés en [6] sont supérieurs à ceux obtenus dans cette étude et l'écart s'accroît quand Gr augmente. Ceci peut être attribué en partie aux différences constatées dans la méthode de calcul (traitement de l'équation de débit (16) et maillage plus faible sur Y en [6]), mais surtout à la simplification faite sur la valeur de la pression motrice à l'entrée ($P_{g0} = 0$) en [6]. Une telle valeur de P_{g0} ne correspond pas en fait au cas de la convection naturelle, mais à un cas de convection mixte [9] pour lequel on aurait une différence de pression motrice égale à $1/2 M^2$ favorisant l'écoulement, ce qui explique les valeurs supérieures trouvées pour les débits en [6].

Enfin, on remarque que pour les grandes valeurs de Gr , la valeur de Re ne tend pas vers une limite finie, ce qui différencie nettement le cas présentement étudié d'un chauffage des parois à flux constant, du cas où les températures pariétales sont constantes. Dans ce der-

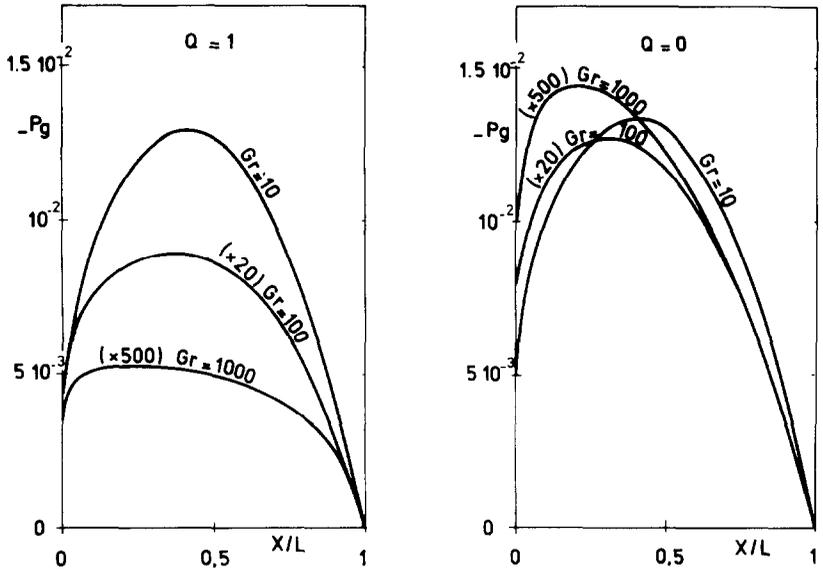


FIG. 4. Profils longitudinaux de pression motrice dans le canal, pour $Gr = 10, 100, 1000$ et $Q = 0$ et 1 .

nier cas, le débit tend vers une limite finie quand Gr a une valeur élevée [3].

5.2. Profils de pression motrice, de vitesse et de température transversale dans la conduite

La Fig. 4 donne des exemples de profils de pression motrice suivant l'abscisse dans la conduite. Quand Gr a une valeur faible, le profil de pression motrice est pratiquement parabolique, ce qui correspond à l'existence du régime établi dans une portion importante du canal. Une valeur plus élevée de Gr se traduit par une déformation du profil de pression qui

n'est plus parabolique, et par un accroissement de la valeur de $P_{\theta 0}$ comparée à celle du minimum de pression motrice, ce qui montre que la valeur non nulle de $P_{\theta 0}$ influe d'autant plus sur les résultats que la valeur de Gr est élevée.

Des exemples de profils de vitesse et de température, dans différentes sections de la conduite, sont indiqués Figs. 5 et 6.

Pour une valeur de Gr faible ($Gr = 10$) et $Q = 1$, les profils [Fig. 5(a)] montrent que le régime établi est atteint près de l'entrée du canal ($X/L = 0.3$). La dissymétrie du chauffage des parois affecte peu l'allure

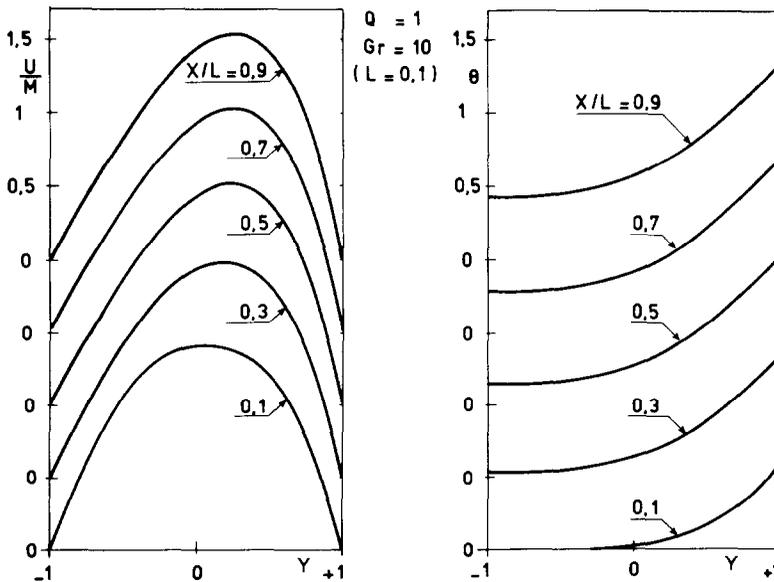


FIG. 5(a). Profils de vitesse et de température dans différentes sections du canal pour $Q = 1$ et $Gr = 10$.

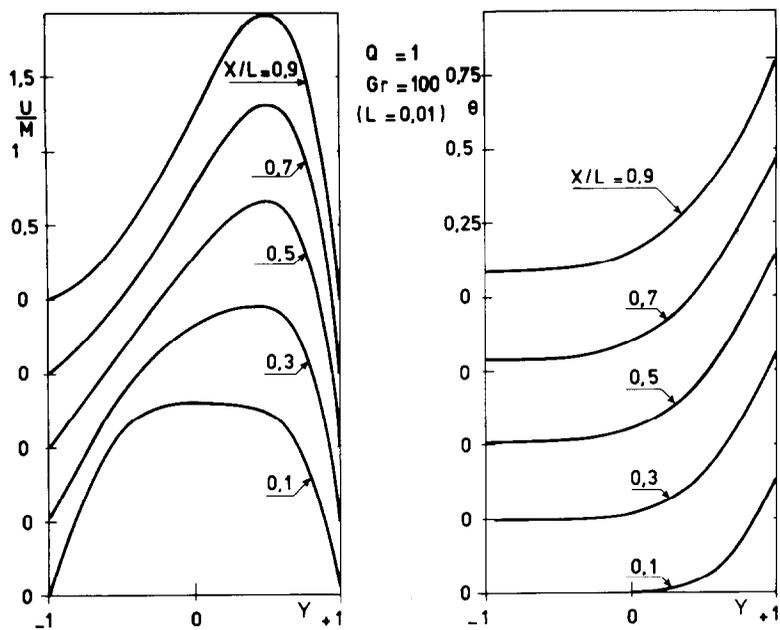


FIG. 5(b). Profils de vitesse et de température dans différentes sections du canal pour $Q = 1$ et $Gr = 100$.

des profils de vitesse, elle a par contre une influence notable sur l'évolution de la température. On peut cependant remarquer que la température du mur froid devient importante près de la sortie du conduit, la chaleur se transmettant du mur chauffé au mur adiabatique essentiellement par conduction. Pour une valeur de Gr plus élevée ($Gr = 100$) et $Q = 1$ [Fig. 5(b)], le profil de vitesse évolue vers un profil de couche limite le long de la paroi chaude, et la température du mur adiabatique reste faible jusqu'à la sortie du canal. Ce phénomène est encore plus marqué à $Gr = 1000$ et

$Q = 1$ [Fig. 6(a)].

L'effet de thermosiphon, que l'on observe pour toutes les valeurs de Gr , est particulièrement visible sur la Fig. 6(b) ($Gr = 1000$ et $Q = 0$). Même pour des valeurs élevées de Gr , correspondant à de grands écartements entre les plaques, on ne peut en aucun cas considérer que les deux parois se comportent comme des plaques verticales indépendantes. La vitesse reste importante dans la partie centrale de la conduite. Le confinement du fluide entre les parois provoque une aspiration de fluide froid dans la partie basse du canal,

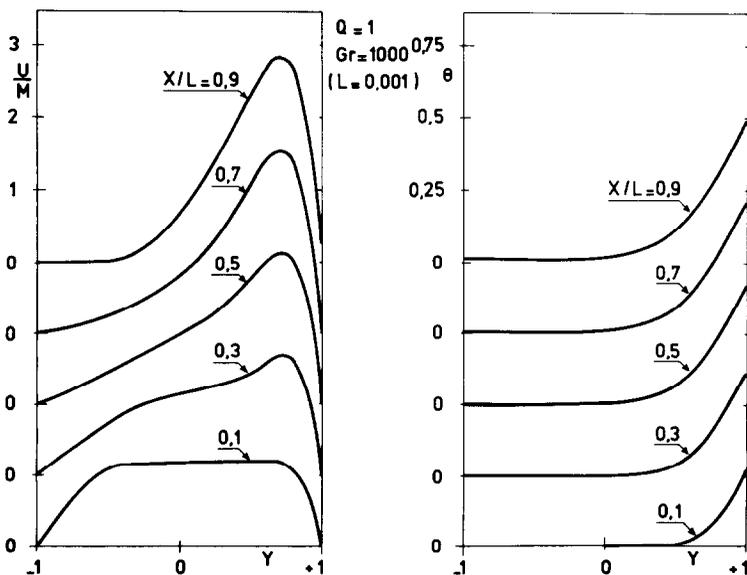


FIG. 6(a). Profils de vitesse et de température dans différentes sections du canal pour $Gr = 1000$ et $Q = 1$.

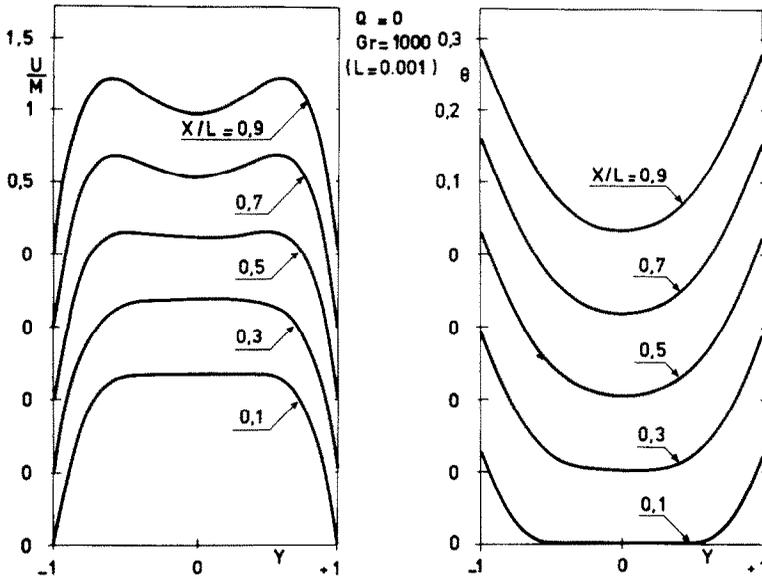


FIG. 6(b). Profils de vitesse et de température dans différentes section du canal pour $Gr = 1000$ et $Q = 0$.

qui sert à alimenter les couches limites se développant le long des parois chaudes. Malgré cela, les couches limites thermiques sont tout à fait analogues à celles rencontrées sur des plaques verticales indépendantes.

Ce phénomène a déjà été mis en évidence expérimentalement par Hugot [10] pour un canal à température pariétale constante. L'hypothèse d'une vitesse d'entrée uniforme peut donc paraître vraisemblable même pour $Q = 1$, le fluide qui alimente les couches limites ne pouvant pénétrer que par la base de la conduite.

5.3. Transferts thermiques dans le canal

La Fig. 7 donne la variation de la température

pariétale en fonction de l'abscisse dans la conduite, pour deux valeurs de Gr et différentes valeurs de Q . Pour $Gr = 10$, la température varie linéairement dans le canal sauf sur une faible zone d'entrée, ce qui correspond à l'existence du régime établi sur une portion importante de la conduite. Par contre, pour $Gr = 100$, le régime établi n'est pas atteint avant la sortie du canal, et la température pariétale ne varie pas linéairement avec l'abscisse. Les températures maximales de paroi sont atteintes à la sortie du conduit et représentées Fig. 8 en fonction de Gr et pour différentes valeurs de Q . De nouveau on remarque que pour des valeurs de Gr faibles ($Gr \leq 0.2$), les températures $\theta_{MAX,1}$ et $\theta_{MAX,2}$ sont peu dépendantes de la valeur de Q ,

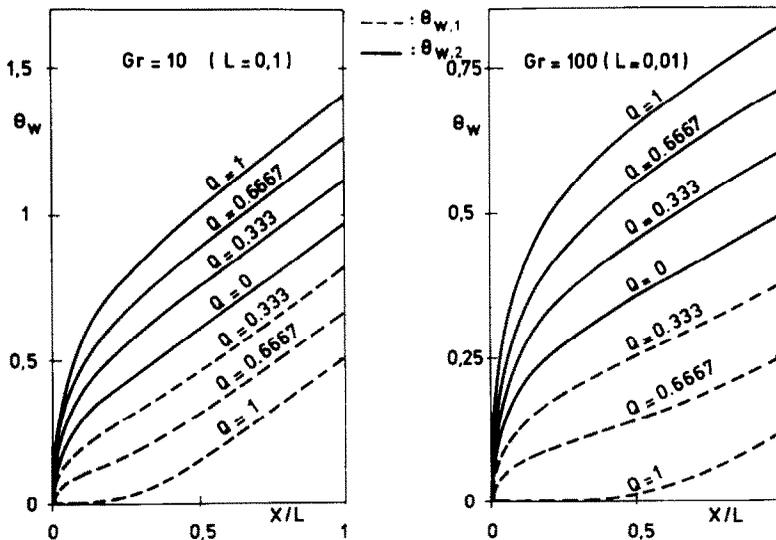


FIG. 7. Variation longitudinale de la température pariétale pour différentes valeurs de Q et $Gr = 10$ et 100 .

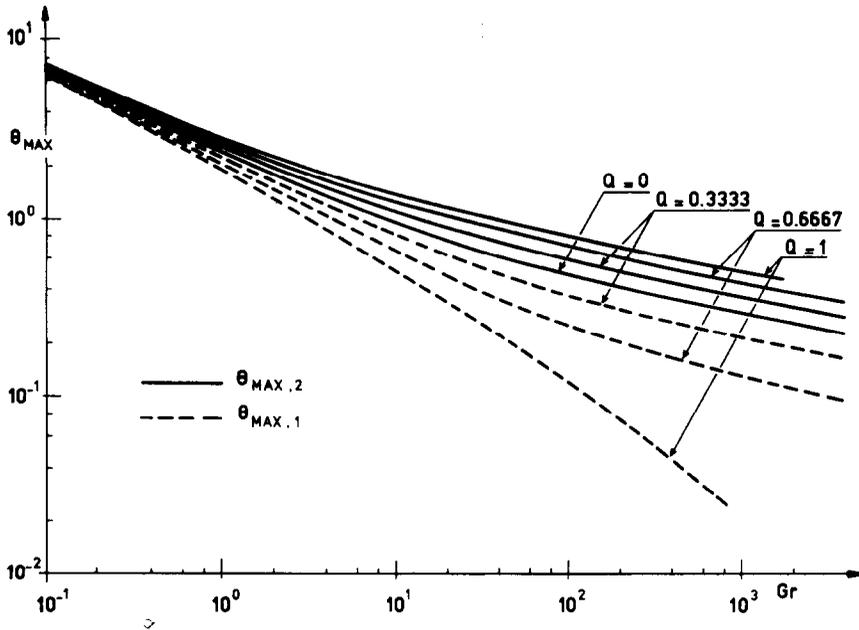


FIG. 8. Températures maximales atteintes en haut des parois en fonction du nombre de Grashof.

et varie linéairement, ce qui correspond au régime établi. Pour les grandes valeurs de Gr , $\theta_{MAX,1}$ et $\theta_{MAX,2}$ deviennent très différentes et fortement dépendantes de la valeur de Q . Les courbes de la Fig. 8 peuvent être utilisées pour calculer les coefficients de transfert locaux sous forme de nombres de Nusselt

$$Nu_1 = \frac{q_1 \times 2e}{\lambda(T_{w,1} - T_0)} = \frac{1-Q}{\theta_{w,1}} \tag{28}$$

$$Nu_2 = \frac{q_2 \times 2e}{\lambda(T_{w,2} - T_0)} = \frac{1+Q}{\theta_{w,2}}$$

De même, et par analogie avec les coefficients de transfert de la plaque plane chauffée à flux constant [7], on peut définir un nombre de Nusselt moyen calculé avec la moyenne des flux aux parois et la moyenne des températures pariétales à mi-hauteur, soit

$$\overline{Nu}_{1/2} = \frac{\bar{q} \times 2e}{\lambda(\bar{T}_{1/2} - T_0)} = \frac{2}{\theta(L/2, -1) + \theta(L/2, +1)} \tag{29}$$

Le nombre de Nusselt moyen, caractéristique du transfert global de chaleur dans la conduite, est

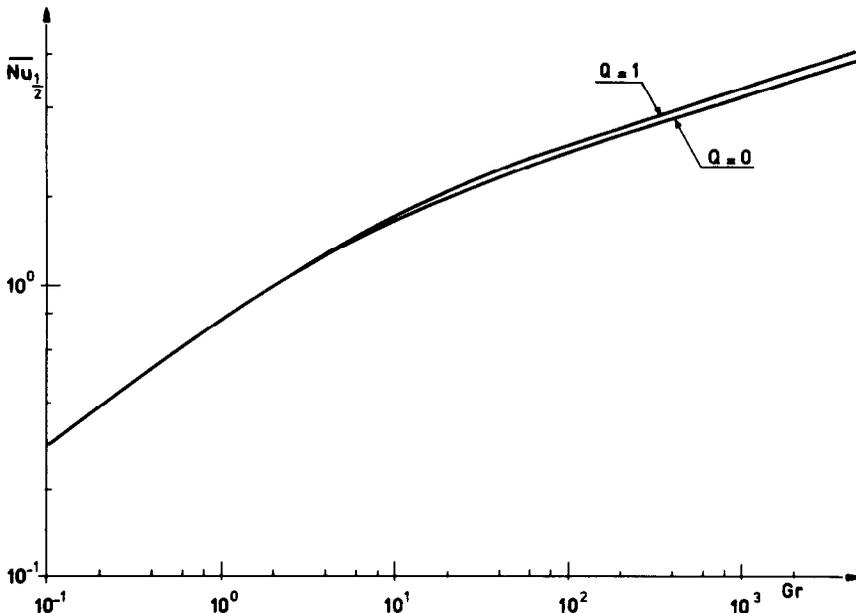


FIG. 9. Nombre de Nusselt moyen, calculé à mi-hauteur, en fonction du nombre de Grashof.

représenté Fig. 9 en fonction du nombre de Grashof. On remarque que $\overline{Nu}_{1,2}$ ne dépend pas de Q pour $Gr \leq 1$ et dépend faiblement de Q pour des valeurs de Gr supérieures à cette limite.

6. CONCLUSION

La convection naturelle entre deux plaques planes parallèles et verticales, chauffées avec des densités de flux thermique constantes mais différentes, a été étudiée par une méthode numérique aux différences finies tenant compte de la chute de pression à l'entrée du canal, due à la vitesse du fluide entrant. L'influence de cette chute de pression a été mise en évidence par comparaison avec d'autres auteurs ([5] et [6]), et nos résultats ont été validés en les comparant d'une part à ceux de la plaque plane [7] et d'autre part à ceux du régime établi [2]. Il en résulte que:

(1) Les résultats des études antérieures [5] et [6], avec $Q = 0$, ne sont applicables avec une bonne précision que pour $Gr \leq 5$, et ceux de [6] avec $Q = 1$ que pour $Gr \leq 0.4$.

(2) Pour $Gr \leq 0.2$, les résultats de ce travail coïncident avec ceux obtenus en régime établi [2].

(3) Pour $Gr \geq 500$ ($Q = 0$), ou $Gr \geq 200$ ($Q = 1$), les températures maximales atteintes en haut des parois peuvent être calculées avec les solutions de la plaque plane [7].

(4) Dans le domaine de Gr compris entre ces extrêmes la méthode utilisée dans cette étude a permis d'obtenir les débits, les profils de vitesse et de température, la pression motrice, ainsi que les températures pariétales et le nombre de Nusselt caractérisant le

transfert de chaleur, pour différentes valeurs de la dissymétrie du chauffage des parois.

BIBLIOGRAPHIE

1. S. Ostrach, Laminar natural convection flow and heat transfer of fluids in channels with constant wall temperature, NACA TN 2863 (1952).
2. W. Aung, Fully developed laminar free convection between vertical plates heated asymmetrically, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 1577-1580 (1972).
3. J. R. Bodoia et J. F. Osterle, The development of free convection between heated vertical plates, *J. Heat Transfer* **84**, 40-43 (1962).
4. O. Ofi et H. J. Hetherington, Application of the finite element method to natural convection heat transfer from the open vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transfer* **20**, 1195-1204 (1977).
5. R. K. Engel et W. K. Mueller, An analytical investigation of natural convection in vertical channels, ASME Paper No. 67, HT 16 (1967).
6. W. Aung, L. S. Fletcher et V. Sernas, Developing laminar free convection between vertical plates with asymmetric heating, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 2293-2308 (1972).
7. E. M. Sparrow et J. L. Gregg, Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux, *Trans ASME* **78**, 435-440 (1956).
8. C. S. Yih, *Fluid Mechanics*. McGraw Hill, New York (1969).
9. A. M. Dalbert, J. L. Peube, F. Penot, J. F. Robert, Etude de l'écoulement dans un collecteur plan, *Revue Phys. Appl.* **15**, 201-206 (1980).
10. G. Hugot, Etude de la convection naturelle entre deux plaques planes, verticales, parallèles et isothermes, *Entropie* **46**, 55-66 (1972).

Abstract—Developing laminar free convection between vertical parallel plates with uniform but asymmetric heating is investigated numerically. The governing equations are solved by a finite difference method taking into consideration the moving pressure drop due to the fluid velocity at the channel entrance plane, which was neglected in the previous numerical studies. The results are shown to be in good agreement with similar solutions for the vertical flat plate at large Grashof numbers and thus the range of validity for the results obtained previously is defined. Flow rates, velocity and temperature profiles are obtained for different ratios of the two wall heat fluxes. Wall temperatures and heat transfer parameters are calculated.

LAMINARE FREIE KONVEKTION IN EINEM VERTIKALEN KANAL BEI GLEICHFÖRMIGEN WÄRMESTRÖMEN DURCH DIE WÄNDE

Zusammenfassung—Es wird die Entwicklung laminarer freier Konvektion zwischen vertikalen parallelen Platten bei gleichförmiger, aber asymmetrischer Wärmezufuhr numerisch untersucht. Die beschreibenden Gleichungen werden durch ein finites Differenzenverfahren unter Berücksichtigung des Bewegungsdruckabfalls gelöst, der von der Fluidgeschwindigkeit in der Kanaleintrittsebene herrührt und in den früheren numerischen Untersuchungen vernachlässigt wurde. Die Ergebnisse zeigen sich in guter Übereinstimmung mit Ähnlichkeitslösungen für die vertikale ebene Platte bei großen Grashof-Zahlen, womit der Gültigkeitsbereich für die früher erhaltenen Ergebnisse definiert wird. Für verschiedene Verhältnisse der beiden Wandwärmeströme werden Durchflusssmengen, Geschwindigkeits- und Temperaturprofile ermittelt. Wandtemperaturen und Parameter der Wärmeübertragung werden berechnet.

**ЛАМИНАРНАЯ СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ
ПРИ ПОСТОЯННОМ ПОДВОДЕ ТЕПЛА К СТЕНКЕ**

Аннотация — Проведено численное исследование процесса ламинарной свободной конвекции между вертикальными параллельными пластинами при постоянном, но асимметричном подводе тепла. Основные уравнения решаются методом конечных разностей с учетом матричного перепада давления, обусловленного скоростью жидкости в плоскости входа в канал, что пренебрегалось в ранее проводившихся численных исследованиях. Показано, что результаты хорошо согласуются с автомоделными решениями для вертикальной плоской пластины при больших значениях числа Грасгофа. Тем самым определен диапазон справедливости полученных ранее данных. Для различных отношений величин тепловых потоков, подводимых к двум стенкам, определены скорость конвективного потока, а также профили скорости и температуры. Проведен расчет температур стенок и параметров теплопереноса.